Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática

Disciplina: Cálculo B Código: MAT A03 Turma:

Professor: *Joseph N. A. Yartey* Data: 31/10/2007

Aluno(a): ____

PROVA DA UNIDADE II

Questão 1: (10 pontos) Represente graficamente o domínio da função $f(x,y) = \ln\left(\dfrac{y-1}{4-x^2-y^2}\right)$.

Questão 2: (10 pontos) Esboce as curvas de nível e determine a imagem da função $f(x,y) = e^{-x^2-2y^2}$.

Questão 3: (15 pontos) Seja $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

f é diferenciável em $(0,0)$? Justifique.

Questão 4: (5 pontos) Calcule $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ para $f(x,y) = \displaystyle\int_1^{xy} e^{t^2}\, dt$.

Questão 5: Usando a regra da cadeia, faça o que se pede:

(5.1) (9 pontos) Seja $F(x,y,z) = f\left(\dfrac{x}{y}, \dfrac{y}{z}, \dfrac{z}{x}\right)$. Mostre que $x\dfrac{\partial F}{\partial x} + y\dfrac{\partial F}{\partial y} + z\dfrac{\partial F}{\partial z} = 0$.

(5.2) (6 pontos) Seja $f(x,y) = uv$, onde $u(x,y)$ e $v(x,y)$ são duas funções tais que $u(1,2) = 3$, $v(1,2) = 4$, $\dfrac{\partial u}{\partial x}(1,2) = 1$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}(1,2) = 3$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}(1,2) = 8$ e $\dfrac{\partial v}{\partial y}(1,2) = -1$. Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(1,2)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(1,2)$.

Questão 6: (15 pontos) Usando diferenciais ou linearização, calcule um valor aproximado de

$$0.99^2 \cdot 2 \cdot \sqrt{4.02}.$$

Questão 7: (15 pontos) Num dado instante, a altura de um triângulo isósceles mede 3 cm e cresce à taxa de $\dfrac{1}{6\sqrt{3}}$ cm/seg e o ângulo do vértice é $\dfrac{2\pi}{3}$ e cresce à taxa de 0,01 rad/seg. Com que velocidade a área do triângulo está crescendo nesse instante?

Questão 8: Considere a superfície $S : e^{xyz} = x^2 + y^2 + z^2$ e o ponto $Q\left(0, \dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ de S. Determine:

(8.1) (10 pontos) Uma equação do plano tangente a S no ponto Q.

(8.2) (5 pontos) A derivada parcial $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ no ponto Q, sabendo que $z = f(x,y)$ é dada implicitamente pela equação de S.