UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DISCIPLINA: Cálculo B CÓDIGO: MAT A03 TURMA: T06
PROFESSOR: *Joseph Nee Anyah Yartey* DATA: 04/12/2007
ALUNO(A): ____________________

PROVA DA UNIDADE III

Questão 1: (1,5 ponto) Seja $f(x,y) = y \text{ sen } x + \cos x$.
(1.1) Calcule a derivada direcional de f no ponto $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$ no direção do vetor $\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$.
(1.2) Em que direção, a partir $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$, $f(x,y)$ decresce rapidamente.

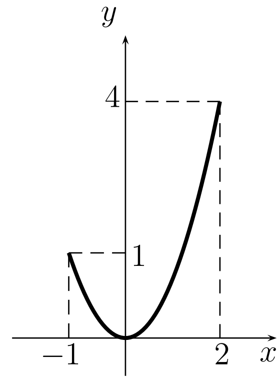
Questão 2: (1,5 ponto) Seja $f(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$. Ache todos os pontos críticos de f e classifique-os como máximos locais, mínimos locais e pontos de selas.

Questão 3: (1,5 ponto) Usando o método de multiplicadores de Lagrange, determine os valores máximo e mínimo da função $f(x,y,z) = xyz$ sujeita a restrição $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. E pontos onde elas são atingidos.

Questão 4: (2,5 pontos) Faça o que se pede:
(4.1) Calcule a integral $\int\int_R xy\, dA$, onde R é o triângulo com vertices $(0,0)$, $(2,1)$, $(1,2)$.
(4.2) Expresse a integral $\int\int_R (x^2 + y^2)\, dA$, onde R é a região do 1º quadrante limitada pelas curvas $x^2+y^2 = 1$, $x^2+y^2 = 4$, $y = x$ e $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ como uma integral em coordenadas polares e calcule-la.

Questão 5: (2,0 pontos) Verifique se os seguintes campos são conservativos. Em caso afirmativo, encontre sua potencial:
(5.1) $\vec{F}(x,y,z) = \left(\ln(xy)\right)\vec{i} + \left(\ln(yz)\right)\vec{j} + \left(\ln(xz)\right)\vec{k}$
(5.2) $\vec{F}(x,y) = \left(1 + y \text{ sen } x\right)\vec{i} + \left(1 - \cos x\right)\vec{j}$

Questão 6: (2,5 pontos)



(6.1) Determine a quantidade de massa m de um fio cuja densidade é dada pela função $f(x, y) = 2x$, sabendo que o fio está esticado conforme a curva (parabola) c da figura ao lado.

(6.2) Calcule o trabalho realizado na movimentação de um objeto na direção anti-horário uma vez em torno da parabola $x = y^2$ e da reta $x = 4$, sabendo que o movimento é causado pelo campo de força $\overrightarrow{F} = \Big(\cos(3x) + 2y\Big)\vec{i} + \Big(\text{sen}(5y) + 3x\Big)\vec{j}$.

Formulas

(a) $\dfrac{\partial f}{\partial \vec{v}}(x, y) = \nabla f(x, y) \cdot \vec{v}$

(b) $\displaystyle\int\int_D f(x, y)dxdy = \int\int_{D^*} f(r\cos\theta, r\,\text{sen}\,\theta) \cdot rdrd\theta$

(c) $\displaystyle\int_\gamma f(x, y)ds = \int_a^b f(\gamma(t))||\gamma'(t)||dt$

(d) $\displaystyle\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{F}(\gamma(t)) \cdot \gamma'(t)dt$