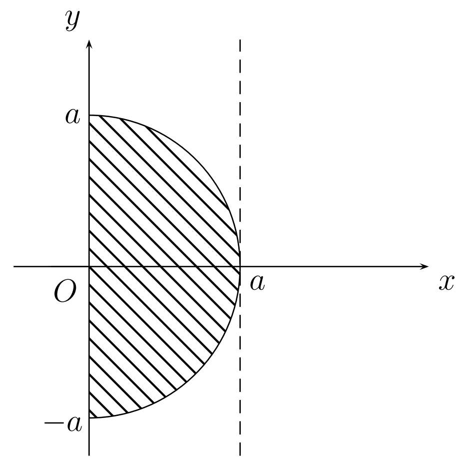
UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DISCIPLINA: Cálculo B CÓDIGO: MAT A03 TURMA: T10/T03
PROFESSOR: *Joseph Nee Anyah Yartey* DATA: 14/06/2007
ALUNO(A): ____________________

2ª CHAMADA - PROVA DA UNIDADE II

Questão 1: (Valor 2,5 pontos)
O diagrama ao lado mostra uma lamina semicircular rígido uniforme de raio a e massa M no plano xy. Usando coordenadas polares, calcule as coordenadas do centróide G desta lamina.

Agora, a lamina é girada por um ângulo de 2π em torno da reta $x = a$. Mostre pelo Teorema de Pappos-Guldin, que o volume do sólido de revolução gerado é $\dfrac{(3\pi - 4)\pi a^3}{3}$.



Questão 2: (Valor 2,5 pontos)

Seja R a região do plano limitada pelo laço da curva C de equações paramétricas $\begin{cases} x = t^2 \\ y = \dfrac{-t^3}{3} + t \end{cases}$

(a) Esboce R e calcule a sua área.

(b) Calcule o comprimento do arco que delimita R.

Questão 3: (Valor 2,5 pontos)
(a) Seja $A \neq 0$. Transforme a curva $r = \dfrac{2A}{1 + \operatorname{sen}\theta}$, $\left(-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{3\pi}{2}\right)$ em coordenadas Cartesianas $y = f(x)$ e identificar a curva.

(b) Calcule, em função de $a > 0$, o comprimento total $L(a)$ da curva $r = e^{-a\theta}$, para $0 \leq \theta < \infty$. Mostre que $L(a)$ é uma função decrescente.

Questão 4: (Valor 2,5 pontos)

(a) Represente graficamente o domínio da função $f(x, y) = \ln(y^2 - x^2)$.

(b) Calcule, caso exista $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 + y^2}{\ln(x^2 + y^2)}$.

(c) Calcule o valor de a para que a função $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^2(y-1)}{x^2 + (y-1)^2} + \cos x, & \text{se } (x, y) \neq (0, 1) \\ a - 4, & \text{se } (x, y) = (0, 1) \end{cases}$

seja contínua.