UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA

DISCIPLINA: Cálculo B CÓDIGO: MAT A03 TURMA: T05

PROFESSOR: *Joseph Nee Anyah Yartey* DATA: 07/07/2007

ALUNO(A): ____________________

PROVA FINAL

Responda 6 questões, sendo 2 em cada seção.

Seção 1

Questão 1:

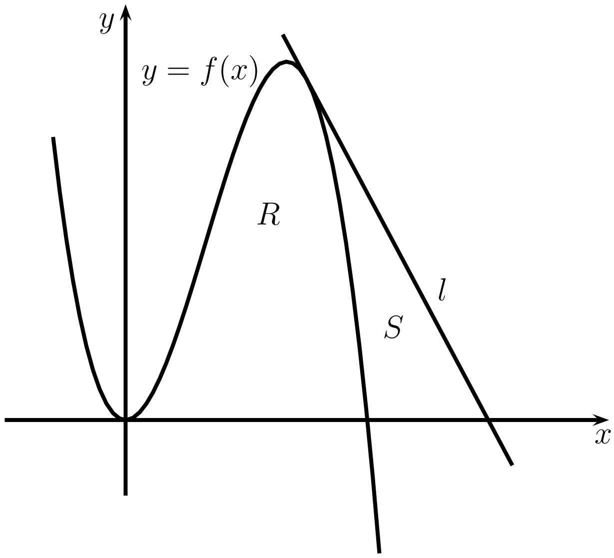
Seja R a região do plano acima da reta $y = 2$ e abaixo do arco da ciclóide de equações

$$x(t) = 2(t - \operatorname{sen} t) \quad \text{e} \quad y(t) = 2(1 - \cos t),\ t \in [0, 2\pi].$$

(a) Esboce R e calcule a sua área.

(b) Calcule o comprimento do arco que delimita R.

Questão 2: Seja f a função dada por $f(x) = 4x^2 - x^3$, e seja l a reta $y = 18 - 3x$, onde l é tangente ao gráfico de f, no ponto $x = 3$. Seja R a região limitada pelo gráfico de f e o eixo x, e seja S a região limitada pelo gráfico de f, a reta l, e o eixo x, como mostra a figura ao lado.



(i) Calcule a área de S.

(ii) Calcule o volume do sólido gerado quando R é girada em torno o eixo y.

Questão 3:

Seja R a região do plano que é comum as curvas $r = \operatorname{sen} \theta$ e $r = 1 - \operatorname{sen} \theta$ (a região interna às curvas).

(a) Esboce R e calcule a sua área.

(b) Calcule o comprimento do arco que delimita R.

Seção 2

<u>*Questão 4:*</u> Seja $f(x,y) = x\ln\left(\dfrac{x}{y}\right) + xy^2$.

(a) Calcule f_{xx} e f_{yx}.

(b) Determine a derivada direcional de f no ponto $(2,2)$ na direção do vetor $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$.

(c) Suponha que $x = ste^t$ e $y = 2se^t$. Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial t}$.

(d) Determine a equação do plano tangente ao superfície $z = f(x,y)$ no ponto $(2,2,8)$ da superfície.

<u>*Questão 5:*</u> Seja

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) f é diferenciável em todos os pontos $(x,y) \neq (0,0)$? Explique.

(b) f é diferenciável em $(0,0)$? Explique.

<u>*Questão 6:*</u>

(a) Num dado instante, a altura de um triângulo isósceles mede 3 cm e cresce à taxa de $\dfrac{1}{6\sqrt{3}}$ cm/seg e o ângulo do vértice é $\dfrac{2\pi}{3}$ e cresce à taxa de 0,01 rad/seg. Com que velocidade a área do triângulo está crescendo nesse instante?

(b) Usando diferenciais, calcule um valor aproximado de $(1.0023)(2.9931)^3 + \cos(1.00012\pi)$.

Seção 3

<u>*Questão 7:*</u> Faça o que se pede:

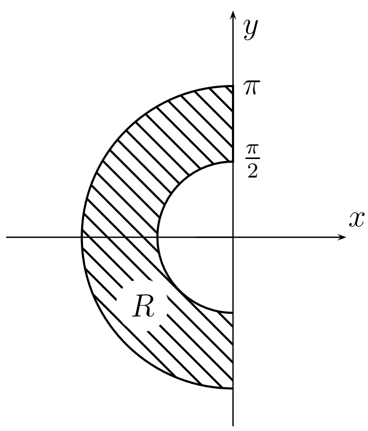
(a) Ache os máximos locais, mínimos locais e pontos de selas da função
$f(x,y) = e^{-(x^2+y^2+2x)}$.

(b) Ache o valor mínimo de $f(x,y) = x^2 + y^2$ sujeita à restrição $x^2 + 8xy + 7y^2 = -225$.

<u>*Questão 8:*</u> Faça o que se pede:

(a) Calcule $\displaystyle\int\int_R \frac{dxdy}{x^2+y^2}$, onde R é a região limitada pelas retas $y = x,\ y = 2x,\ x = 1$ e $x = 2$.

(b) Expresse a integral $\displaystyle\int\int_R$ sen $(x^2+y^2)dxdy$, onde R é a região indicado na figura ao lado, como uma integral em coordenadas polares e calcule-la.



Questão 9:

(a) Calcule o valor da integral de linha $\int_C xy^3 ds$, sendo C a o segmento da reta ligando os pontos $(-1,-2)$ e $(1,2)$.

(b) Determine o trabalho realizado pela força $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (yze^{xz},\ e^{xz},\ xye^{xz}+1)$ para deslocar uma partícula ao longo da curva $y = \dfrac{2}{x}$, do ponto $A(-1,-2,0)$ ao $B(-2,-1,0)$ no plano $z = 0$.