UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DISCIPLINA: Cálculo B CÓDIGO: MAT A03 TURMA: T10/T03
PROFESSOR: *Joseph Nee Anyah Yartey* DATA: 04/07/2007
ALUNO(A): ______________________________

2ª CHAMADA - PROVA DA UNIDADE III

Parte A: Responde todas as questões - Cada questão vale 8 pontos.

Questão 1: Use a regra da cadeia para achar $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial v}$ onde $z = \cos\,(x^2+y^2)$, com $x = u\cos v$ e $y = u \operatorname{sen} v$.

Questão 2: Em um dado instante, o comprimento de um cateto de um triângulo retângulo é 10 cm e cresce à razão de 1 cm/min e o comprimento do outro cateto deste triângulo é 12 cm e decresce à razão de 2 cm/min. Encontre a razão de variação da medida do ângulo agudo oposto ao cateto de 12 cm de comprimento no dado instante.

Questão 3: Determine os pontos extremos da função $f(x,y) = 3x+2y$ sujeita à restrição $2x^2+3y^2 = 3$.

Questão 4: Suponha que as variáveis $x,\ y$ e z satisfaz a equação $yz = 3x$, mostre que

$$\frac{\partial y}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial y} = -1\cdot$$

Questão 5: Encontre a equação do plano tangente ao gráfico da função $z = \ln\,(3x-y)+5x$ no ponto $(2,5,10)$.

Questão 6: Seja $w = f(x,y,z) = x^2y\sqrt{z}$. Usando diferenciais, estime o valor de $f(0,99;\ 2;\ 4,02)$.

Questão 7: Seja $z = f(x,y)$ onde $x = x(t)$ e $y = y(t)$ são duas funções em t tais que $x(3) = 2,\ y(3) = 7,\ \dfrac{dx}{dt}(3) = 5,\ \dfrac{dy}{dt}(3) = -4,\ \dfrac{\partial f}{\partial x}(2,7) = 6$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(2,7) = -8$.
Calcule $\dfrac{dz}{dt}$ quando $t = 3$.

Questão 8: Encontre o vetor unitário na direção na qual a função $f(x,y,z) = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{y+z}\right)$ aumenta o mais rapidamente no ponto $(4,2,2)$.

Questão 9: Calcule a integral dupla

$$\int\!\!\int_R \frac{xy\ dxdy}{\sqrt{1+x^2+y^2}},\ \text{onde } R = \{(x,y) : 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1\}.$$

Parte B: Responde 2 questões

Questão 10: (Valor 20 pontos)

(a) Descreva as curvas/superfícies de nível das funções

$(a)\ f(x,y) = e^{-x^2-2y^2}$ $\qquad$ $(b)\ F(x,y,z) = x^2 - y^2 + z^2$

(b) Suponha que você esteja caminhando em um monte cujo formato é descrito pela equação

$$z = 500 - \frac{23}{100}x^2 - \frac{27}{4}y^2$$

Se você esta na posição $(10, 2, 450)$.

(i) Qual a direção que você deve seguir inicialmente para atingir o topo e a que taxa?

(ii) Em que direção você estará percorrendo um caminho plano? Expresse este direção com um vetor unitário.

(iii) Se você se mover do ponto $(10, 2, 450)$ para o ponto $(10, 2, 500)$, você estará inicialmente subindo or descendo e qual será sua velocidade?

Questão 11: (Valor 20 pontos)

(a) Seja $f(x,y) = x^2y - 2xy + 2y^2 - 15y$. Ache os pontos críticos de f e classifique-os como máximo locais, mínimo locais, ou pontos de selas.

(b) Usando o método de multiplicadores de Lagrange, mostre que o volume do maior paralelepípedo retangular que pode ser inscrito no elipsóide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ é $\frac{8abc}{3\sqrt{3}}$.

Questão 12: (Valor 20 pontos)

(a) Calcule a integral $\int\int_R e^{x+y}\, dxdy,$ onde R é o triângulo com vertices $(0,0),\ (0,1)$ e $(1,1)$.

(b) Expresse a integral $\int\int_R xy\ dxdy$, onde R é a região no primeiro quadrante entre as circunferências $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$, como uma integral em coordenadas polares e calcule-la.