UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DISCIPLINA: Cálculo B CÓDIGO: MAT A03 TURMA: T10/T03
PROFESSOR: *Joseph Nee Anyah Yartey* DATA: 11/07/2007
ALUNO(A): ______________________________

PROVA FINAL

Parte A: Responde 3 questões - Cada questão vale 2 pontos.

Questão 1:

(a) Represente graficamente o domínio da função $f(x, y) = \sqrt{\dfrac{x+2}{y-2}}$.

(b) Calcule, se existe o limite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\text{sen } (x^2+y^2)}{1- \ \cos\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)}$.

(c) Discute a continuidade da função $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1- \ \cos\,(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

Questão 2: Seja $f(x, y) = x\ln\left(\dfrac{x}{y}\right) + xy^2$.

(a) Calcule f_{xx} e f_{yx}.

(b) Determine a derivada direcional de f no ponto $(2, 2)$ na direção do vetor $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$.

(c) Em que direção a função f decresce mais rapidamente a partir do ponto $(2, 2)$? Calcule este valor mínimo.

(d) Suponha que $x = ste^t$ e $y = 2se^t$. Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial t}$.

Questão 3:

(a) Seja $f(x, y) = 3x^2y - 2y^2 - 3x^2 - 8y + 2$.

(i) Determine a equação do plano tangente a superfície $z = f(x, y)$ no ponto $(1, 1, -8)$.

(ii) Ache os pontos críticos de f e classifique-los como máximos locais ou mínimos locais, ou pontos de selas.

(b) Determine o valor máximo de $f(x, y) = 2x^2+xy-y^2+1$ sujeita a restrição $2x+3y = 16$.

Questão 4:

(a) Dada a integral repetida $\displaystyle\int_0^2 \int_{x^2}^4 2x \ \cos\ (y^2)\ dydx$. Determine uma integral repetida equivalente com a ordem da integração invertida. Calcule uma das duas integrais.

(b) Calcule a integral $\displaystyle\int\int_D (x + 2y)\ dxdy$ sobre a região D limitada pelas duas parábolas $y = 2x^2$ e $y = 1 + x^2$.

(c) Expresse a integral $\displaystyle\int\int_D (x^2 - y^2)\ dxdy$, onde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$

como uma integral em coordenadas polares e calcule esta integral (usando a identidade $\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta$).

Parte B: Responde 2 questões - Cada questão vale 2 pontos.

Questão 5: Seja R a região do plano no primeiro quadrante limitada entre a circunferência $x^2 + y^2 = 4$ e a reta $y = -x + 2$.

(a) Esboce R e calcule sua area.

(b) Encontre as coordenadas do centróide G da região R.

(c) A região R é girado por um ângulo de 360° em torno da reta $x = 4$. Usando o Teorema de Pappos-Guldin, mostre que o volume do sólido formado é dado por $\dfrac{8(3\pi - 7)\pi}{3}$.

Questão 6:

(a)Esboce a curva C, dada em coordenadas polares por $r = 1 + \cos\theta$.

(i) Calcule o comprimento de arco da curva C.

(ii) Calcule a area da região limitada por C.

(b) Encontre as coordenadas polares da interseçao da curva C com o circulo de raio $\frac{3}{2}$ centrado na origem.

Questão 7: Seja R a região do plano acima da reta $y = 2$ e abaixo do arco da ciclóide de equações

$$x(t) = 2(t - \operatorname{sen} t) \quad \text{e} \quad y(t) = 2(1 - \cos t),\ t \in [0, 2\pi].$$

(a) Esboce R e calcule a sua área.

(b) Calcule o comprimento do arco que delimita R.