Universidade Federal da Bahia

Instituto de Matemática

Disciplina: Cálculo B   Código: MAT A03   Turma: T05
Professor: *Joseph Yartey*   Data: 21/05/2008   SEM: 2008.1
Aluno(a): ______________________________

PROVA DA UNIDADE II

Questão 1: (10 pontos) Represente graficamente o domínio da função $f(x,y) = \ln\left(\dfrac{xy}{x+2y}\right)$.

Questão 2: (10 pontos) Descreve e esboce as curvas de nível 0, $\frac{1}{2}$, 1 e 2 da função $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$.

Questão 3: (10 pontos) Mostre que o limite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y^2}{x^6+y^4}$ não existe.

Questão 4: (10 pontos) Seja $F(x,y) = \operatorname{sen}\left(\dfrac{x}{y}\right) + \ln\left(\dfrac{y}{x}\right)$. Mostre que $y\dfrac{\partial F}{\partial y} + x\dfrac{\partial F}{\partial x} = 0$.

Questão 5: Usando a regra da cadeia, faça o que se pede:
(5.1) (10 pontos) Seja $z = f(x,y)$, $x = r^2 + s^2$, $y = r^2 - s^2$. Mostre que

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial z}{\partial r} + \frac{1}{s}\cdot\frac{\partial z}{\partial s} = 4\frac{\partial z}{\partial x}.$$

(5.2) (10 pontos) Seja $f(x,y) = uv$, onde $u(x,y)$ e $v(x,y)$ são duas funções tais que $u(1,2) = 3$, $v(1,2) = 4$, $\dfrac{\partial u}{\partial x}(1,2) = 1$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}(1,2) = 3$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}(1,2) = 8$ e $\dfrac{\partial v}{\partial y}(1,2) = -1$. Calcule o gradiente de f no ponto $(1,2)$.

Questão 6: (10 pontos) Usando diferenciais ou linearização, calcule um valor aproximado de

$$(1.98)^2\sqrt{(3.01)^2 + (3.97)^2}.$$

Questão 7: (10 pontos) Seja $f(x,y) = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{y}{x}\right)$. Calcule a derivada direcional de f no ponto $(1,2)$ na direção que faz um ângulo de $\pi/3$ com o eixo x positivo.

Questão 8: Considere a superfície $S : xyz = \cos(x+y+z)$ e o ponto $Q\left(0, \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}\right)$ de S. Determine:
(8.1) (10 pontos) Uma equação do plano tangente a S no ponto Q.
(8.2) (10 pontos) A derivada parcial $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ no ponto Q, sabendo que $z = f(x,y)$ é dada implicitamente pela equação de S.